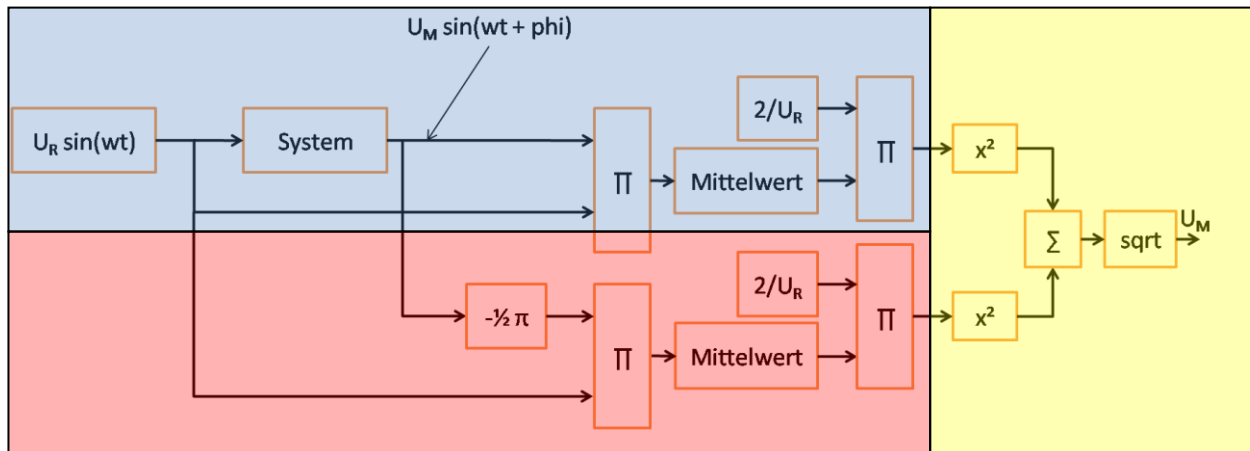


Bestimmung von Betrag und Phase der Messspannung



$$U_R = \hat{U}_R \sin(\omega t)$$

Referenzspannung (Anregung)

$$U_M = \hat{U}_M \sin(\omega t + \varphi)$$

Messspannung (z.B. Spannung über R zur Strombestimmung)

Pfad 1 (BLAU)

$$\text{Mit } A * \sin(\alpha) * B * \sin(\beta) = \frac{1}{2} AB [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\hat{U}_R \sin(\omega t) * \hat{U}_M \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} \hat{U}_R \hat{U}_M [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$= \frac{1}{2} \hat{U}_R \hat{U}_M [\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

Mittelwertbildung und Multiplikation mit $2/U_R$ ergibt:

$$\hat{U}_M [\cos(\varphi)]$$

Pfad 2 (ROT)

$$\begin{aligned}\hat{U}_R \sin(\omega t) * \hat{U}_M \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) &= \hat{U}_R \sin(\omega t) * \hat{U}_M (-\cos)(\omega t + \varphi) \\ &= -\hat{U}_R \hat{U}_M \sin(\omega t) * \cos(\omega t + \varphi)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Mit } A * \sin(\alpha) * B * \cos(\beta) &= \frac{1}{2} AB [\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)] \\ &= -\frac{1}{2} \hat{U}_R \hat{U}_M [\sin(\omega t - \omega t - \varphi) + \cos(\omega t + \omega t + \varphi)] \\ &= -\frac{1}{2} \hat{U}_R \hat{U}_M [\sin(-\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)]\end{aligned}$$

Mittelwertbildung und Multiplikation mit $2/U_R$ ergibt:

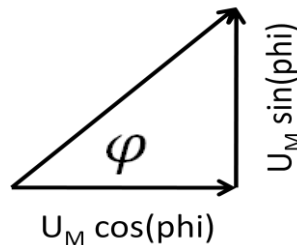
$$-\hat{U}_M [\sin(-\varphi)]$$

Mit $-\sin(-\varphi) = \sin(\varphi)$ ergibt sich

$$-\hat{U}_M [\sin(-\varphi)] = \hat{U}_M [\sin(\varphi)]$$

Die Phasenverschiebung ergibt sich aus:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\hat{U}_M [\sin(\varphi)]}{\hat{U}_M [\cos(\varphi)]}$$



Der Betrag errechnet sich durch:

Pfad 3 (GELB)

$$\hat{U}_M = \sqrt{(\hat{U}_M [\sin(\varphi)])^2 + (\hat{U}_M [\cos(\varphi)])^2}$$