

Vermessung und Verständnis von FFT Bildern

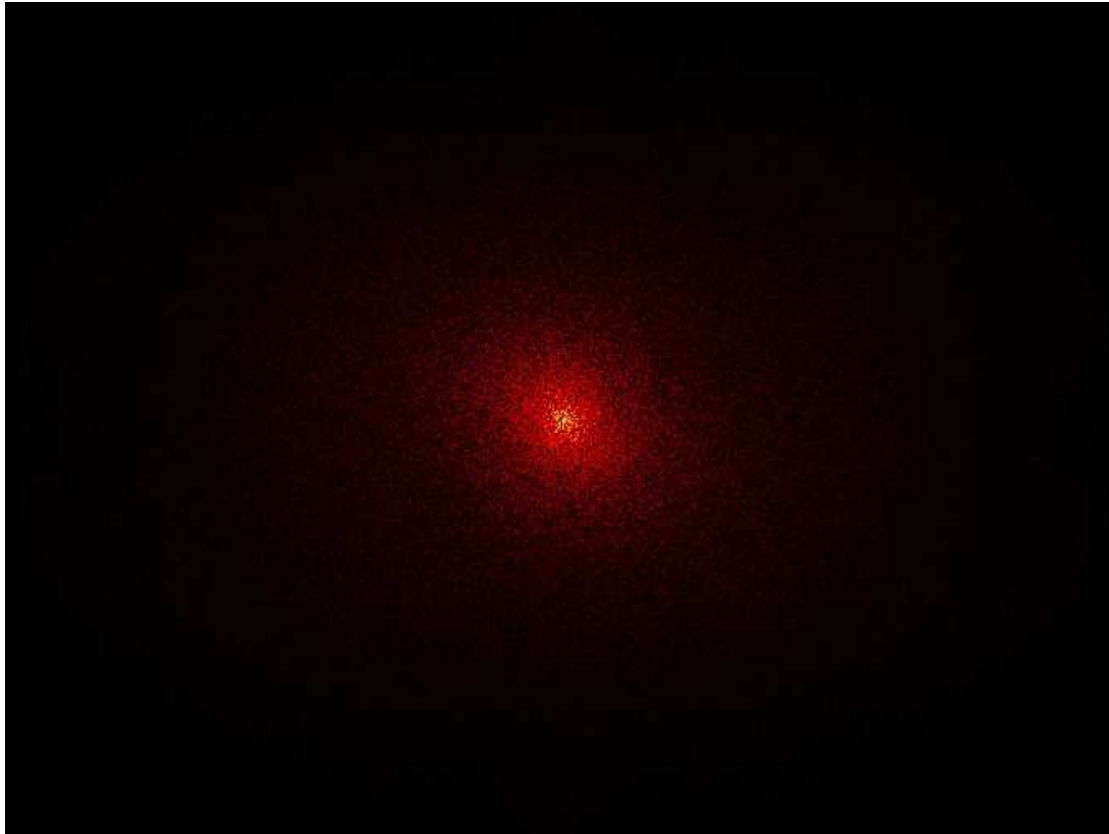
Viele Auswertungen basieren auf der "Fast Fourier Transformation" FFT um die (ungewünschten) Regelmäßigkeiten im Schliffbild darzustellen.

Die Fourier-Transformation zeigt alle Periodischen Bildelemente deutlich an:

Nehmen wir als Beispiel eine völlig unregelmäßige Betonwand:



Das FFT-transformierte Bild stellt sich wie folgt dar:



Rund um den Bildmittelpunkt ein Punktwolke ohne erkennbare Struktur.

In LabView wird normalerweise die optische Repräsentation verwendet:

Optical Representation

In the optical representation, low frequencies are grouped at the center of the image while high frequencies are located at the edges. The constant term, or null frequency, is at the center of the image. The frequency range is as follows:

$$\left[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \right] \times \left[-\frac{M}{2}, \frac{M}{2} \right]$$

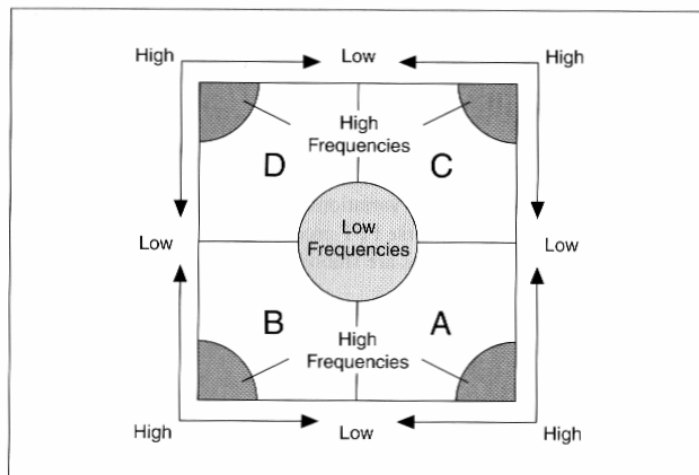


Figure 7-2a shows the same original image as shown in Figure 7-1a. Figure 7-2b shows the FFT of the image in optical representation.

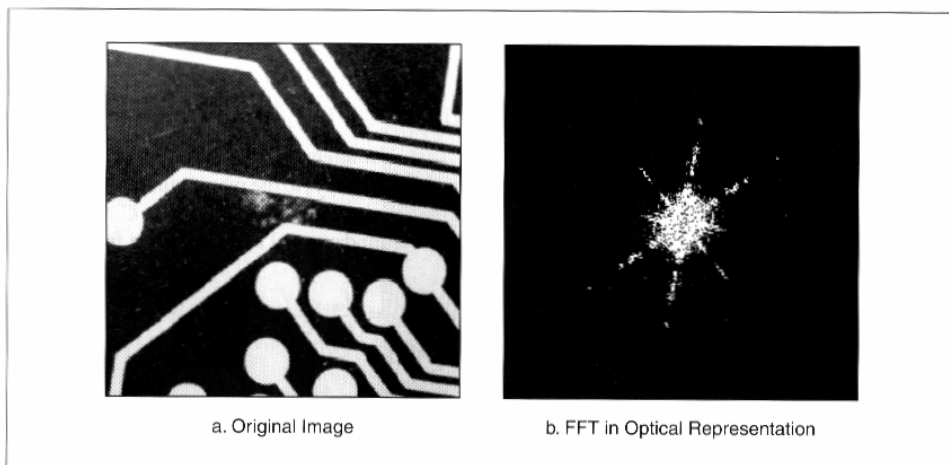


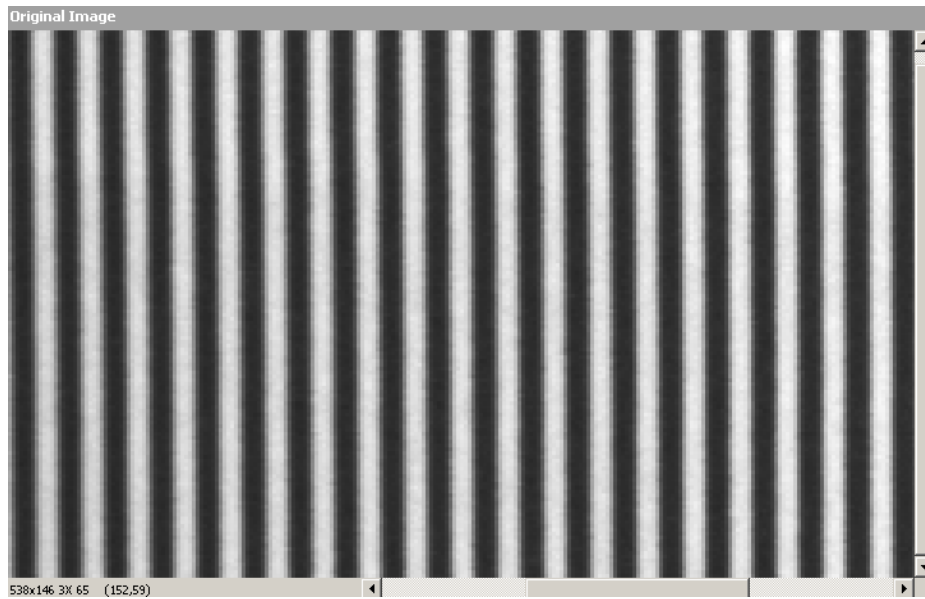
Figure 7-2. FFT of an Image in Optical Representation



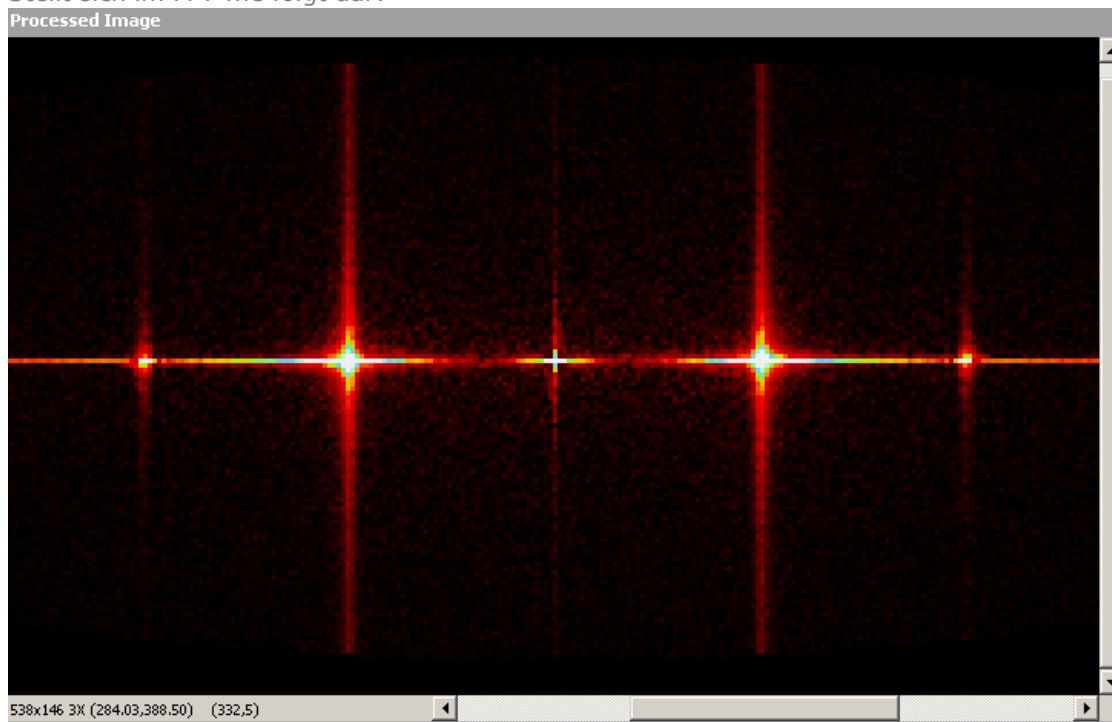
Note NI Vision uses optical representation when displaying a complex image.

Beispiel senkrechte Striche

Ein Bild im Format 538 x 146:



Stellt sich im FFT wie folgt dar:



(Bildmitte gezoomt).

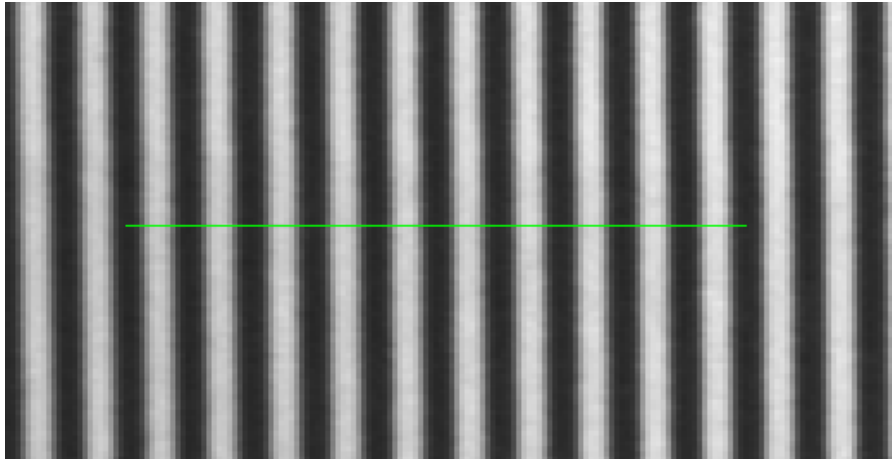
Wie wir oben gelernt haben laufen die Frequenzen von der Mitte ($f=0$) bis an den rechten Rand $538/2=269$; also $f=269$ ist die maximale erkennbare Frequenz.

Der Große Peak - waagrecht nach rechts von der Mitte ist bei $X=314$. Die Distanz zum Mittelpunkt ($f=0$) ist also $314-269=45$ das ist die Frequenz f dieses Peaks

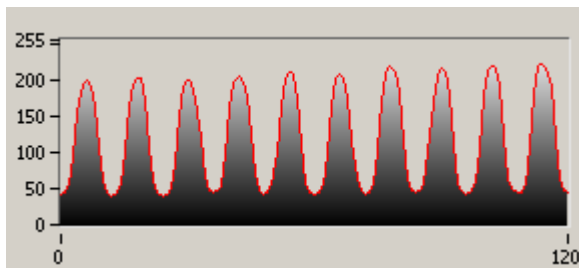
Die Grundperiodizität des Bild FFTs ist das Bild selber also 538Px breit (wir machen eine Beispiel in X). Der Abstand der senkrechten Linien ist also: $538Px/45=12 Px$

Kontrolle:

Wir machen ein Grauwertprofil über 10 Peaks:



und erhalten



120Px für 10 Peaks macht (etwa) 12Px/Streifen.

Umrechnung auf Millimeter

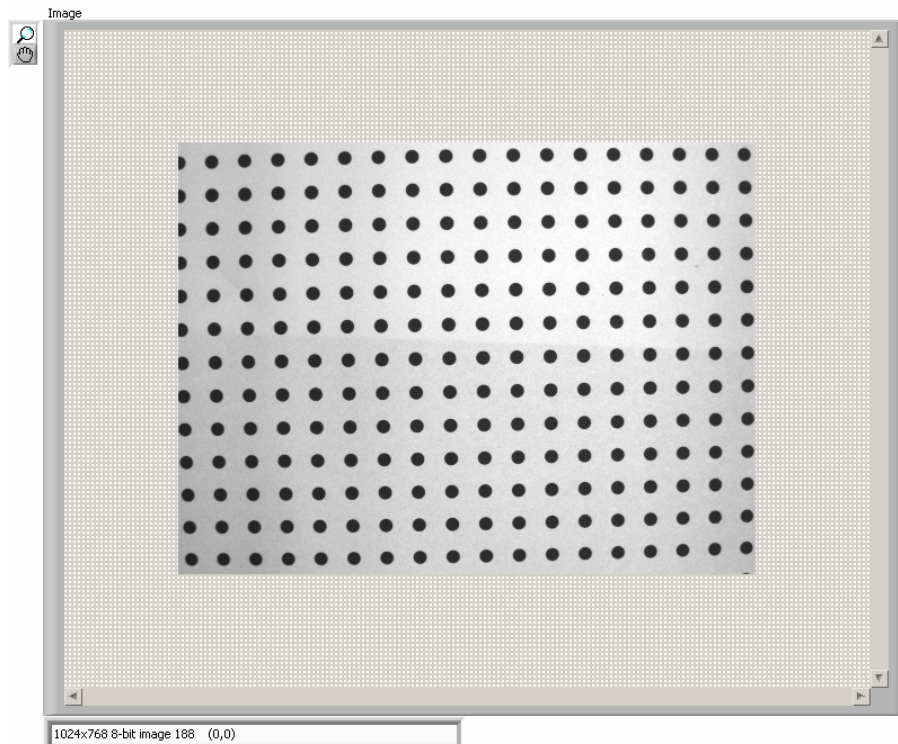
Mit der Methode Caliper bekommt man einen Maßstabswert durch das Aufnehmen eines Quadrates mit bekannter Größe

[Vision]

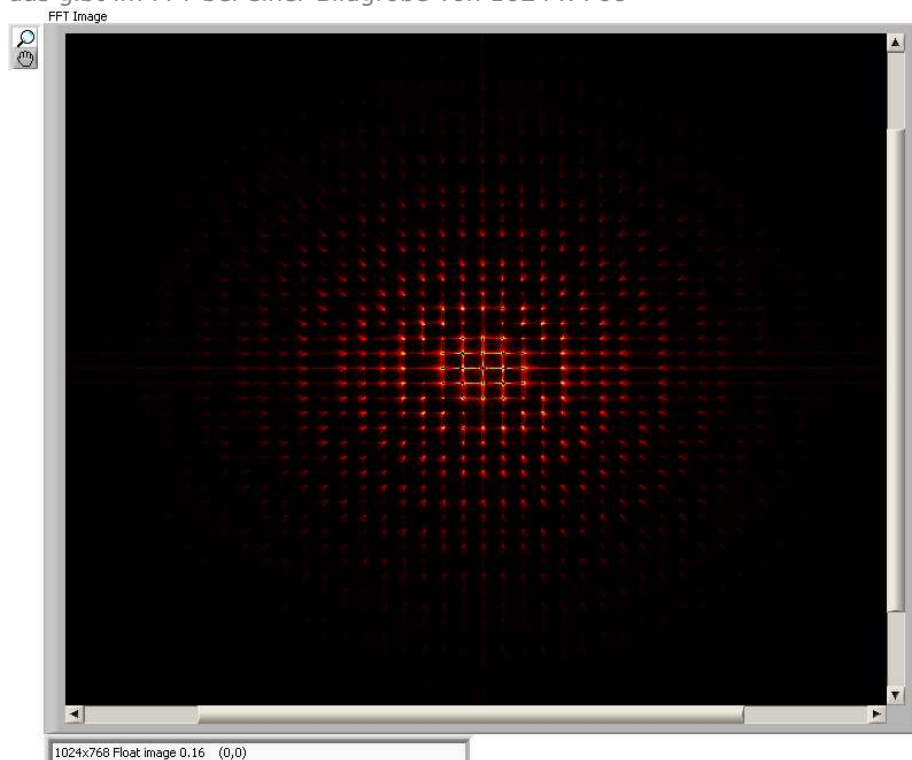
CaliperScale#Px#per#mm = 32

Also $12(\text{Px})/32(\text{Px}/\text{mm}) = 0.375\text{mm}$ Streifenabstand

Beispiel Punkte im quadratischen 1cm Raster



das gibt im FFT bei einer Bildgröße von 1024 x 768



ein nicht quadratisches Muster da die Frequenzen ja im Verhältnis von X und Y abgebildet werden und die Bildgröße in X und in Y unterschiedlich ist.

Anhand dieses Bilder lässt sich der (ungefähre) Maßstab ermitteln: $58/10=5,8$

Die Mitte (Frequenz = 0) des Bildes ist bei $1024/2=512X$, $768/2=384Y$. Der erste Raster rechts davon ist bei 530 (Abstand 18Px) und 410 (Abstand 13Px)

Rechnen wir damit den Pixelabstand:

In Richtung X: $1024/18= 57$

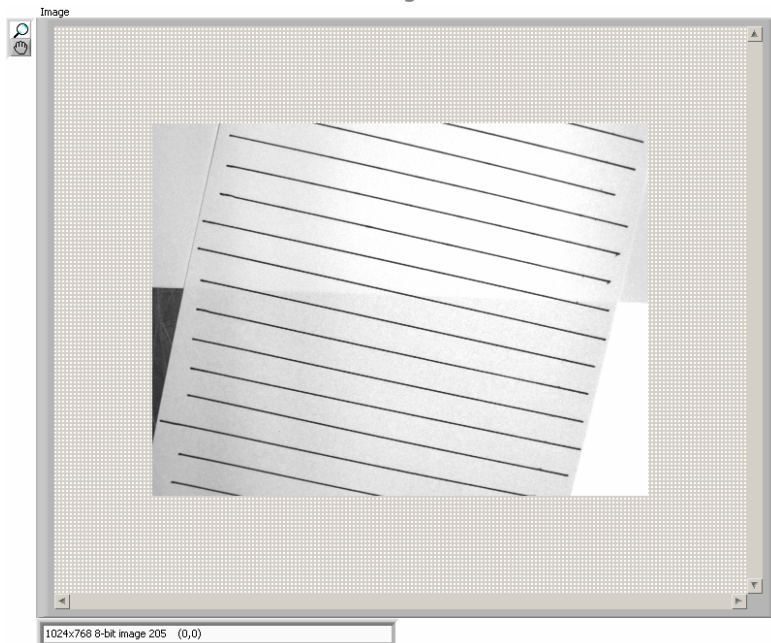
In Richtung Y: $768/13= 59$

Was für eine manuelle Vermessung ($\pm 2Px$) eine gute Übereinstimmung(58Px) ist.

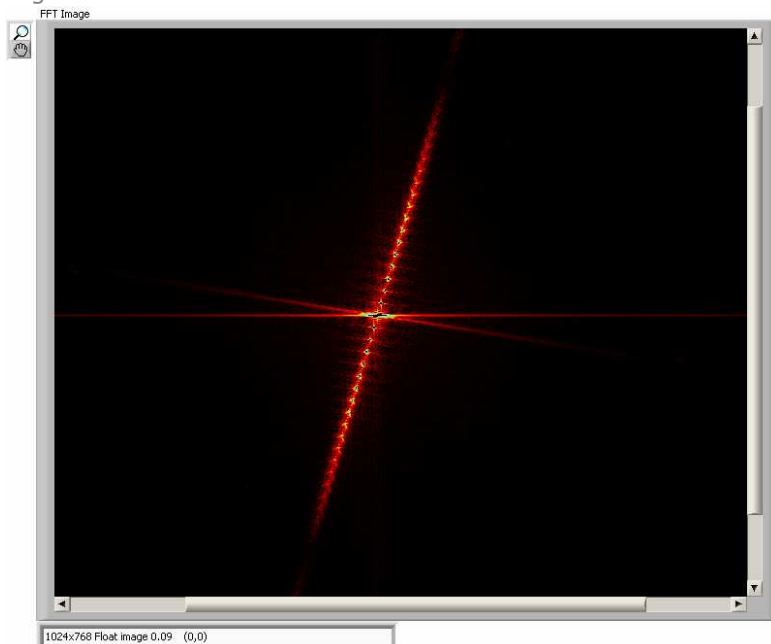
Somit ist der Maßstab: $58/10=5.8Px/mm$

Beispiel schräge Striche

Ein Bild mit teilweise leicht schrägen Strichen



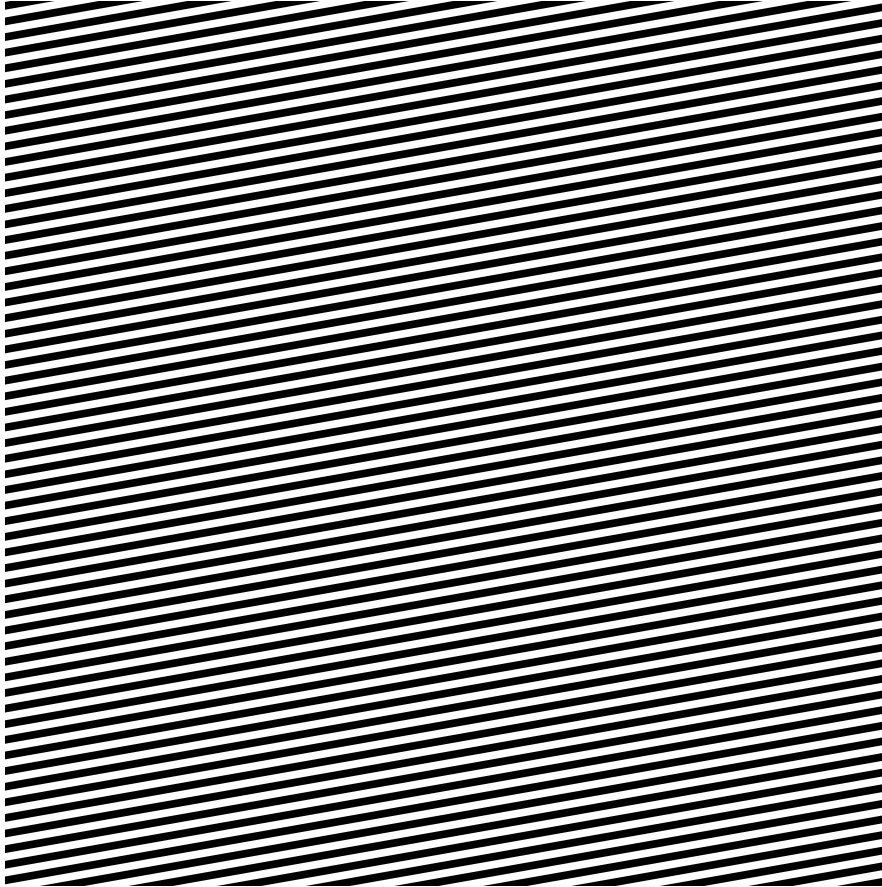
ergibt ein FFT Bild:



Der hervorspringende Teil ist also in etwa 90° verdreht und die Knoten bilden den Abstand der Striche ab.

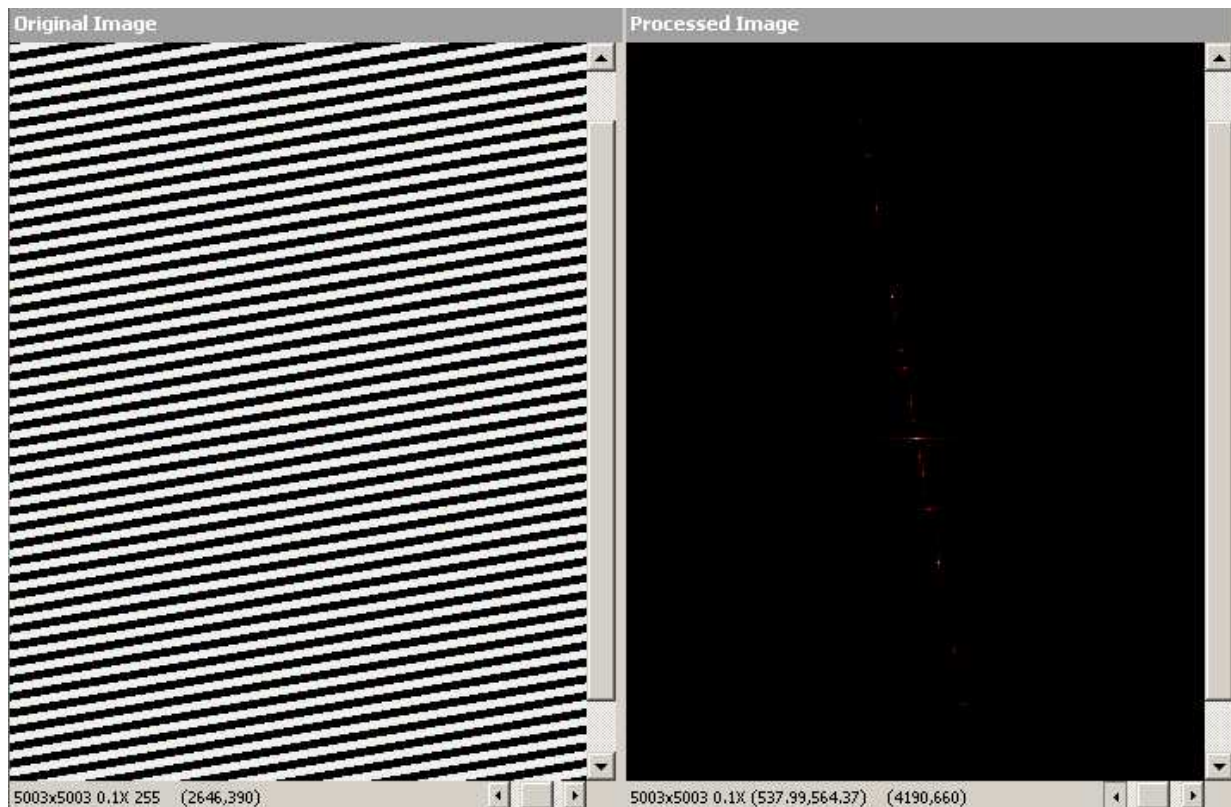
Ermittlung des tatsächlichen Winkels

Wie wir gesehen haben, ist die Frequenzeinteilung in X und in Y wegen des rechteckigen und nicht quadratischen Formats des Bildes nicht gleich. Nehmen wir ein Beispiel:



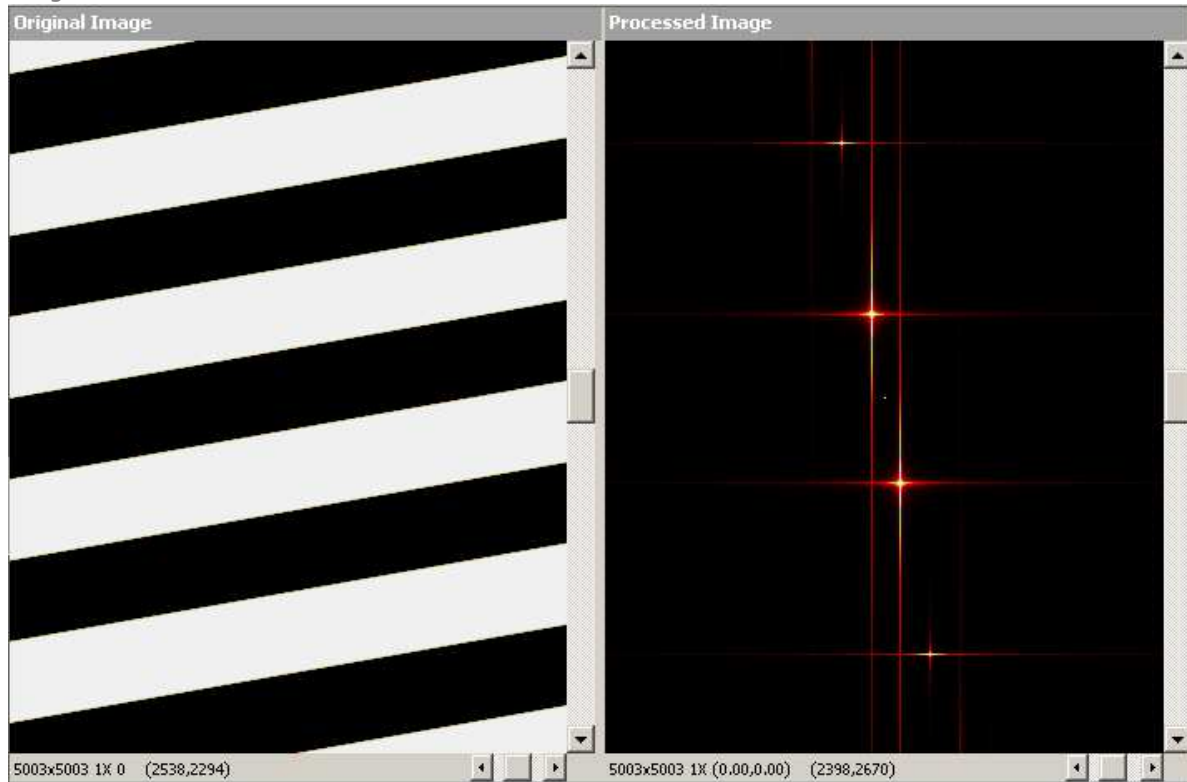
Ein künstlich erzeugtes Bild mit 9.8 Streifen pro cm um 10° geneigt.

Im FFT zeigt sich (nicht geglättet):

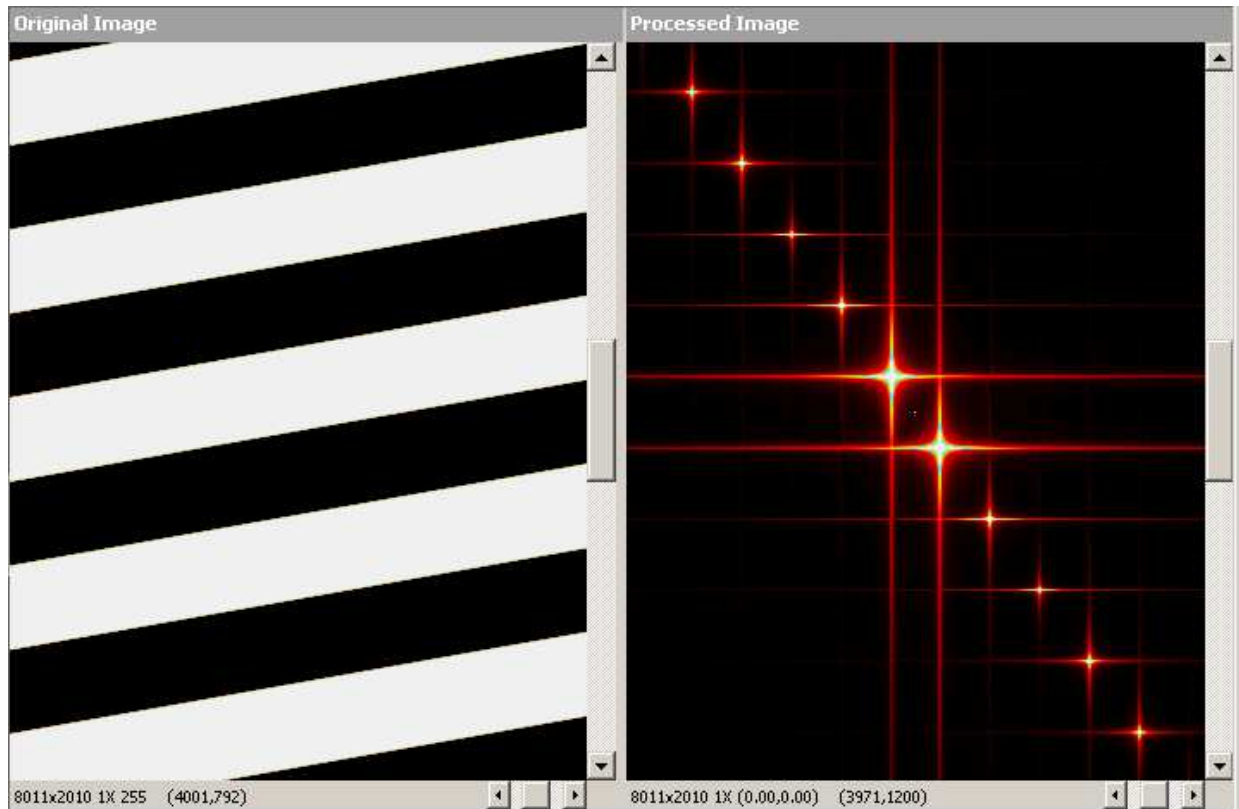


Die Punktfolge ist in einer Linie die exakt 80° Neigung hat, also eine 90° Verdrehung im quadratischen Bild.

Vergrößert stellt sich das so dar:



Sehen wir uns nun dasselbe Muster in einem Ausschnitt 8011x2010 an:

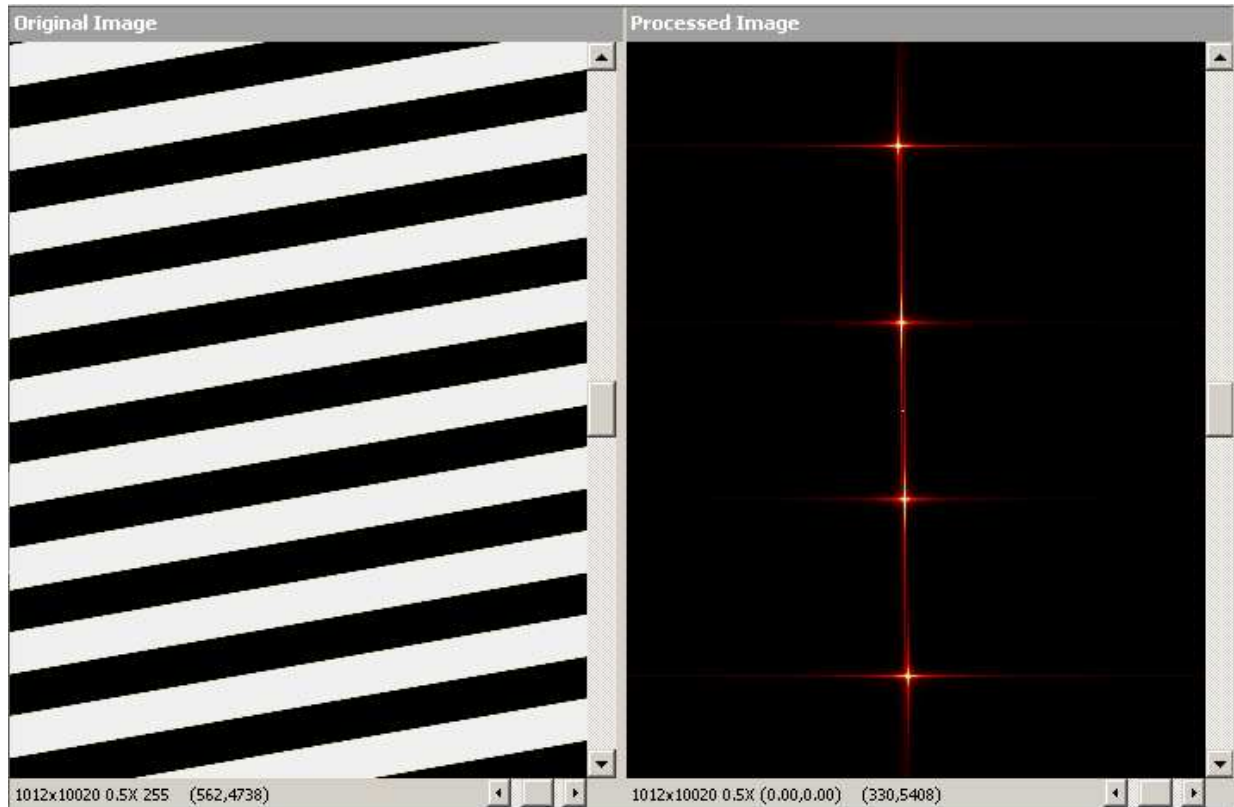


Das sind keine 10° Abweichung von der Senkrechten. Es sind (gemessen) etwa 36° von der Senkrechten. Wie kann man auf die ursprüngliche Neigung schließen?

Seien X und Y die Größe des Bildes und α der im FFT gemessene Winkel und β der tatsächliche Winkel so ist

$$\beta = \text{atan}(\tan(\alpha) * Y/X)$$
$$= \text{atan}(\tan(36) * 2010/8011) = 10.33^\circ \text{ guter Treffer}$$

Versuchen wir ein noch extremeres Bild 1012x10020Px:



OK, so ungünstig wird man nicht ohne Zwang messen: mit viel Fantasie misst man aus dem FFT etwa 1,2° von der Senkrechten.

$$\beta = \text{atan}(\tan(\alpha) * Y/X)$$

$$= \text{atan}(\tan(1,2) * 10020/1012) = 11,71^\circ \text{ für die Messung auch ein guter Treffer}$$

Striche in der Mitte

In der FFT Analyse tut man „mathematisch“ so als ob sich das Bild senkrecht und waagrecht bis in die Unendlichkeit wiederholen würde. Ein deutlicher senkrechter Strich in der Mitte bedeutet also das der obere und der untere Rand des Bildes stark unterschiedlich sind. Ähnlich bedeutet eine mittiger waagrechter Strich, dass der rechte und der linke Rand stark unterschiedlich ausgeprägt ist.

Unterschiedlich meint hier, dass der Übergang zwischen den gedachten Bildkacheln an den Rändern gut sichtbar wäre.